

广东中考数学·计算专项训练

基础计算 + 中考解答(一)高频题型 · 题目与答案分离 · 适合直接打印练习

谨慎参考：本资料已做多轮校对，但练习资料仍建议结合课堂讲解与老师要求使用；如发现题目或答案疑问，请随时沟通，我们会及时复核修正。

使用方式：前半部分给学生打印练习；参考答案集中放在文末，家长或老师批改时再查看。

要求：写出关键步骤，不跳步；分式方程必须验根；不等式组建议画数轴辅助。

一、有理数运算（共 16 题）

1. 计算： $(-3)^2 =$

解答：_____

2. 计算： $-3^2 =$

解答：_____

3. 计算： $(-2)^3 =$

解答：_____

4. 计算： $-(-5)^2 =$

解答：_____

5. 计算： $(\frac{-1}{2}) \times 6 + (-3) =$

解答：_____

6. 计算： $(-2) \times 3 - (-4) \div 2 =$

解答：_____

7. 计算： $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} =$

解答：_____

8. 计算： $(-1)^{2025} + (-1)^{2026} =$

解答：_____

9. 计算： $(-2)^2 \times (-3) =$

解答：_____

10. 计算： $-2^2 \times (-3) =$

解答：_____

11. 计算： $(-1)^3 - (-1)^4 + (-1)^5 =$

解答：_____

12. 计算： $(\frac{-3}{2})^2 =$

解答：_____

13. 计算： $-2^3 + (-3)^2 - (-1)^6 =$

解答：_____

14. 计算： $(-4) \div (-2)^2 \times 3 - (-1) =$

解答：_____

15. 计算： $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} =$

解答：_____

16. 计算： $|(-3)^2 - 10| - |2 - (-2)^3| =$

解答：_____

二、整式运算（共 16 题）

17. 展开： $(x + 3)^2 =$

解答：_____

18. 展开： $(2a - 1)^2 =$

解答：_____

19. 展开： $(a + b)(a - b) =$

解答：_____

20. 展开： $(x - 4)^2 =$

解答：_____

21. 计算： $(x + 2)^2 - (x - 2)^2 =$

解答：_____

22. 合并同类项： $3x^2 - 2x + 5x^2 + 4x - 1 =$

解答：_____

23. 展开并化简： $(a + 3)^2 - 6a =$

解答：_____

24. 计算： $(2x + y)(2x - y) + y^2 =$

解答：_____

25. 展开： $(3x + 2y)^2 =$

解答：_____

26. 展开： $(2a - 3b)^2 =$

解答：_____

27. 计算： $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 =$

解答：_____

28. 展开并化简： $(x + 2)(x - 3) - (x - 1)^2 =$

解答：_____

29. 已知 $a + b = 5$ ， $ab = 6$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值。

解答：_____

30. 已知 $(x + y)^2 = 25$ ， $(x - y)^2 = 9$ ，求 xy 的值。

解答：_____

31. 计算： $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 =$

解答：_____

32. 展开并化简： $(a + b + c)(a + b - c) =$ (提示：把 $a + b$ 看作一个整体)

解答：_____

三、根式运算 (共 12 题)

33. 化简： $\sqrt{12} =$

解答：_____

34. 化简： $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$

解答：_____

35. 计算： $(\sqrt{3})^2 =$

解答：_____

36. 计算： $\sqrt{27} + \sqrt{3} =$

解答：_____

37. 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{6} =$

解答：_____

38. 化简： $(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) =$

解答：_____

39. 化简： $\sqrt{48} - 2\sqrt{27} + \sqrt{75} =$

解答：_____

40. 计算： $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) =$

解答：_____

41. 计算： $(\sqrt{5} + 2)^2 =$

解答：_____

42. 计算： $\sqrt{((-3)^2)} + \sqrt{9} =$

解答：_____

43. 化简： $(2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \div \sqrt{3} =$

解答：_____

44. 有理化分母： $\frac{4}{\sqrt{3} + 1} =$

解答：_____

四、分式运算（共 12 题）

45. 化简： $\frac{6x^2y}{3xy} =$

解答：_____

46. 计算： $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} =$ (通分即可)

解答：_____

47. 化简： $\frac{x^2 - 4}{x + 2} =$

解答：_____

48. 计算： $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-1} =$

解答：_____

49. 化简： $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} =$

解答：_____

50. 解分式方程： $\frac{2}{x} = \frac{1}{x-1}$

解答：_____

51. 化简： $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} =$

解答：_____

52. 计算： $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} =$ (通分化简)

解答：_____

53. 先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{x+1}) \div (\frac{x}{x+1})$ ，其中 $x = 2$ 。

解答：_____

54. 化简： $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} =$ (通分化简)

解答：_____

55. 解分式方程： $\frac{3}{x-2} + 1 = \frac{x}{x-2}$

解答：_____

56. 解分式方程： $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$

解答：_____

五、方程计算 (共 16 题)

57. $x^2 + 3x + 2 = 0$, $\Delta =$ ____, 方程有____个实数根。

解答：_____

解答：_____

58. $x^2 - 4x + 4 = 0$, $\Delta =$ ____, 方程有____个实数根。

解答：_____

解答：_____

59. $2x^2 + x + 1 = 0$, $\Delta =$ ____, 方程有____个实数根。

解答：_____

解答：_____

60. $x^2 - 6x + 5 = 0$, $\Delta =$ ____, 方程有____个实数根。

解答：_____

解答：_____

61. 方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个根为 x_1 和 x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ ____, $x_1 \cdot x_2 =$ ____。

解答：_____

解答：_____

62. 方程 $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 的两个根为 x_1 和 x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ ____, $x_1 \cdot x_2 =$ ____。

解答：_____

解答：_____

63. 若方程 $x^2 + kx + 9 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $k =$ ____。

解答：_____

解答：_____

64. 若方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是____。

解答：_____

解答：_____

65. 用公式法解方程： $x^2 - 5x + 6 = 0$

解答：_____

解答：_____

66. 用公式法解方程： $x^2 + 2x - 3 = 0$

解答：_____

解答：_____

67. 用公式法解方程： $2x^2 - 3x - 2 = 0$

解答：_____

解答：_____

68. 用因式分解法解方程： $x^2 + 5x + 6 = 0$

解答：_____

解答：_____

69. 用公式法解方程： $3x^2 + 2x - 1 = 0$

解答：_____

解答：_____

70. 用公式法解方程： $x^2 - 4x - 1 = 0$ (提示： Δ 开根号开不尽的，答案用根号表示)

解答：_____

解答：_____

71. 解方程 (先整理成标准形式)： $x(x - 2) = 3$

解答：_____

解答：_____

72. 解方程 (先整理成标准形式)： $(x - 1)^2 = 2(x - 1)$

解答：_____

解答：_____

六、解不等式组 (10 题)

73. 解不等式组：① $2x + 1 > 3$ ；② $x - 2 \leq 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

74. 解不等式组：① $3x - 1 \geq 2$ ；② $x + 4 < 7$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

75. 解不等式组：① $2x - 3 < 5$ ；② $3x + 1 \geq -2$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

76. 解不等式组：① $x + 3 > 0$ ；② $2x - 1 < 5$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

77. 解不等式组：① $2(x - 1) \leq x + 2$ ；② $3x > x - 4$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

78. 解不等式组：① $\frac{x + 1}{2} \geq 1$ ；② $3x - 5 < x + 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

79. 解不等式组：① $2x + 3 > 0$ ；② $\frac{x - 1}{3} < 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

80. 解不等式组，并求整数解：① $x - 1 < 2$ ；② $2x + 1 \geq 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

81. 解不等式组，并求整数解：① $3(x - 1) < 2x$ ；② $2(x + 1) \geq x - 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

82. 解不等式组，并求所有整数解：① $\frac{2x - 1}{3} \leq 1$ ；② $\frac{x + 2}{2} > 0$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

七、分式化简求值（10题）

83. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - 4}{a + 1} \div (a - 2)$ ，其中 $a = 3$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

84. 先化简，再求值： $(1 - \frac{2}{x+1}) \div (\frac{x-1}{x+1})$ ，其中 $x = 2$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

85. 先化简，再求值： $(\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x-2}) \times (x-2)$ ，其中 $x = -1$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

86. 先化简，再求值： $(\frac{x^2 - 1}{x}) \div (1 - \frac{1}{x})$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

87. 先化简，再求值： $(1 + \frac{1}{a-1}) \div (\frac{a}{a^2 - 1})$ ，其中 $a = \sqrt{3}$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

88. 先化简，再求值： $(\frac{a - b}{a + b} - \frac{a + b}{a - b}) \div (\frac{2b}{a + b})$ ，其中 $a = 2$ ， $b = -1$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

89. 先化简，再求值： $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \div (\frac{2}{x^2 - 1})$ ，其中 $x = 5$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

90. 先化简，再求值： $(\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2}) \div (\frac{4x}{x^2 - 4})$ ，其中 $x = \sqrt{5} - 1$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

91. 先化简，再求值： $(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}) \div (\frac{x - 2}{x + 2})$ ，其中 x 满足 $x^2 - 3x = 0$ 且 $x \neq 0$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

92. 先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{a+1}) \div (\frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 - 1})$ ，其中 $a = 2 + \sqrt{3}$ 。

解答：_____

解答：_____

解答：_____

八、分式方程 (10 题)

93. 解分式方程： $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = 0$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

94. 解分式方程： $\frac{3}{x-1} = \frac{5}{x+1}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

95. 解分式方程： $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{x-1}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

96. 解分式方程： $\frac{5}{x+1} - 1 = \frac{4}{x+1}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

97. 解分式方程： $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{6}{x^2 - 4}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

98. 解分式方程： $\frac{x}{x+1} - 1 = \frac{3}{x^2 + x}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

99. 解分式方程： $\frac{x+3}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

100. 解分式方程： $\frac{2x+1}{x-2} - 1 = \frac{5}{x-2}$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

101. 解分式方程： $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

102. 解分式方程： $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{1-x} = 1$

解答：_____

解答：_____

解答：_____

九、实数混合运算（10题）

103. 计算： $(-1)^0 + 2^{-1} - \sqrt{4}$

解答：_____

解答：_____

104. 计算： $\sqrt{9} - 3^0 + (-2)^{-2}$

解答：_____

解答：_____

105. 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{12} + (-1)^{2024}$

解答：_____

解答：_____

106. 计算： $|\sqrt{3} - 2| + (\pi - 3)^0 + (\frac{-1}{2})^{-2}$

解答：_____

解答：_____

107. 计算： $(-2)^{-2} + \sqrt{8} - (\sqrt{2} - 1)^0$

解答：_____

解答：_____

108. 计算： $\sqrt{27} - (\frac{1}{3})^{-1} + |1 - \sqrt{3}|$

解答：_____

解答：_____

109. 计算： $(\sqrt{3})^2 + 2^{-2} - (-1)^{2025} + |1 - \sqrt{2}|$

解答：_____

解答：_____

110. 计算： $2\sin 30^\circ - (\pi - 3.14)^0 + (\frac{1}{2})^{-2} + \sqrt{2} \times \sqrt{8}$

解答：_____

解答：_____

111. 计算： $(\sqrt{3} - 1)^0 + |-\sqrt{3}| + (\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{12}$

解答：_____

解答：_____

112. 计算： $2\cos 60^\circ + (\sqrt{2})^2 - 3^{-1} + |1 - \sqrt{3}|$

解答：_____

解答：_____

参考答案与解析

一、有理数运算（第1~16题）

第1题 $(-3)^2 = 9$ 底数是 -3, $(-3) \times (-3) = 9$ 。

第2题 $-3^2 = -9$ 没有括号, 底数是 3, 先算 $3^2 = 9$, 再取负号 $\rightarrow -9$ 。

第3题 $(-2)^3 = -8$ 负数的奇数次方为负: $(-2) \times (-2) \times (-2) = -8$ 。

第4题 $(-5)^2 = -25$ 先算 $(-5)^2 = 25$, 再取负号 $\rightarrow -25$ 。

第5题 $(-\frac{1}{2}) \times 6 + (-3) = -6$ $(-\frac{1}{2}) \times 6 = -3$, $-3 + (-3) = -6$ 。

第6题 $(-2) \times 3 - (-4) \div 2 = -4$ 先乘除: $(-2) \times 3 = -6$, $(-4) \div 2 = -2$ 。再加减: $-6 - (-2) = -6 + 2 = -4$ 。

第7题 $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{5}{4}$ 通分(分母12): $\frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$ 。

第8题 $(-1)^{2025} + (-1)^{2026} = 0$ 奇数次方 = -1, 偶数次方 = 1, $-1 + 1 = 0$ 。

第9题 $(-2)^2 \times (-3) = -12$ $(-2)^2 = 4$, $4 \times (-3) = -12$ 。

第10题 $-2^2 \times (-3) = 12$ 先算 $2^2 = 4$, 前面负号 $\rightarrow -4$, 再算 $-4 \times (-3) = 12$ 。

第11题 $(-1)^3 - (-1)^4 + (-1)^5 = -3$ $= -1 - 1 + (-1) = -3$ 。

第12题 $(-\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ 分子分母分别平方, 负数平方为正。 $(-3)^2 \div 2^2 = \frac{9}{4}$ 。

第13题 $-2^3 + (-3)^2 - (-1)^6 = 0$ $-2^3 = -8$ (无括号, 底数是 2), $(-3)^2 = 9$, $(-1)^6 = 1$ 。 $-8 + 9 - 1 = 0$ 。

第14题 $(-4) \div (-2)^2 \times 3 - (-1) = -2$ $(-2)^2 = 4 \rightarrow (-4) \div 4 = -1 \rightarrow -1 \times 3 = -3 \rightarrow -3 - (-1) = -3 + 1 = -2$ 。

第15题 $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$ 通分(分母12): $\frac{6}{12} - \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

第16题 $|(-3)^2 - 10| - |2 - (-2)^3| = -9$ $(-3)^2 = 9$, $9 - 10 = -1$, $|-1| = 1$ 。 $(-2)^3 = -8$, $2 - (-8) = 10$, $|10| = 10$ 。 $1 - 10 = -9$ 。

二、整式运算（第17~32题）

第17题 $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 中间项 $2 \times x \times 3 = 6x$ 。

第18题 $(2a - 1)^2 = 4a^2 - 4a + 1$ $(2a)^2 = 4a^2$, $2 \times (2a) \times (-1) = -4a$, $(-1)^2 = 1$ 。

第19题 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 平方差公式。

第20题 $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$ 中间项 $2 \times x \times (-4) = -8x$ 。

第21题 $(x + 2)^2 - (x - 2)^2 = 8x$ $(x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 4x + 4) = 8x$ 。

第22题 $3x^2 - 2x + 5x^2 + 4x - 1 = 8x^2 + 2x - 1$ 合并同类项: $(3+5)x^2 + (-2+4)x - 1$ 。

第23题 $(a + 3)^2 - 6a = a^2 + 9$ 展开: $a^2 + 6a + 9 - 6a = a^2 + 9$ 。

第24题 $(2x + y)(2x - y) + y^2 = 4x^2$ 平方差: $4x^2 - y^2 + y^2 = 4x^2$ 。

第25题 $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$ 中间项 $2 \times (3x) \times (2y) = 12xy$ 。

第26题 $(2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$ 中间项 $2 \times (2a) \times (-3b) = -12ab$ 。

第27题 $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 2x^2 + 2$ $(x^2 + 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1) = 2x^2 + 2$ 。

第28题 $(x + 2)(x - 3) - (x - 1)^2 = x - 7$ $(x^2 - x - 6) - (x^2 - 2x + 1) = x^2 - x - 6 - x^2 + 2x - 1 = x - 7$ 。

第 29 题 已知 $a+b=5$, $ab=6$, 求 $a^2+b^2 = 13$ $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 25 - 12 = 13$ 。

第 30 题 已知 $(x+y)^2=25$, $(x-y)^2=9$, 求 $xy = 4$ $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$, $25-9 = 16$, $xy = 4$ 。

第 31 题 $(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = 8x$ 展开: $(4x^2+4x+1) - (4x^2-4x+1) = 8x$ 。也可用平方差: $[(2x+1)+(2x-1)] \cdot [(2x+1)-(2x-1)] = 4x \times 2 = 8x$ 。

第 32 题 $(a+b+c)(a+b-c) = a^2 + 2ab + b^2 - c^2$ 令 $M = a+b$, 原式 $= (M+c)(M-c) = M^2 - c^2 = a^2+2ab+b^2 - c^2$ 。

三、根式运算 (第 33~44 题)

第 33 题 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $12 = 4 \times 3$, $\sqrt{4} = 2$ 。

第 34 题 $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2}$ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ 。

第 35 题 $(\sqrt{3})^2 = 3$

第 36 题 $\sqrt{27} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ 。

第 37 题 $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$ $\sqrt{(2 \times 6)} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。

第 38 题 $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) = 4$ 平方差: $(\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5-1 = 4$ 。

第 39 题 $\sqrt{48} - 2\sqrt{27} + \sqrt{75} = 3\sqrt{3}$ $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$, $2\sqrt{27} = 6\sqrt{3}$, $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ 。 $4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ 。

第 40 题 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1$ $(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3-2 = 1$ 。

第 41 题 $(\sqrt{5} + 2)^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ $(\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 2 + 2^2 = 5 + 4\sqrt{5} + 4 = 9 + 4\sqrt{5}$ 。

第 42 题 $\sqrt{((-3)^2)} + \sqrt{9} = 6$ $\sqrt{((-3)^2)} = \sqrt{9} = 3$, $\sqrt{9} = 3$, $3+3 = 6$ 。

第 43 题 $(2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \div \sqrt{3} = 2 - \sqrt{2}$ $2\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 2$, $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \sqrt{2} \rightarrow 2 - \sqrt{2}$ 。

第 44 题 $\frac{4}{\sqrt{3} + 1} = 2\sqrt{3} - 2$ 分子分母同乘 $(\sqrt{3}-1)$: $\frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 4 \frac{\sqrt{3}-1}{2} = 2(\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3}-2$ 。

四、分式运算 (第 45~56 题)

第 45 题 $\frac{6x^2y}{3xy} = 2x$ 系数约分 $\frac{6}{3} = 2$, $x^2 \div x = x$, $y \div y = 1$ 。

第 46 题 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$ 公分母 xy , 通分即得。

第 47 题 $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$ 分子因式分解: $(x+2) \frac{x-2}{x+2} = x-2$ 。

第 48 题 $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ 同分母相减。

第 49 题 $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} = \frac{x - 3}{x + 3}$ 分子 $= (x+3)(x-3)$, 分母 $= (x+3)^2$, 约分后 $= \frac{x-3}{x+3}$ 。

第 50 题 解分式方程 $\frac{2}{x} = \frac{1}{x-1}$ 去分母 (两边乘 $x(x-1)$): $2(x-1) = x \rightarrow 2x-2 = x \rightarrow x = 2$ 。验证: $x = 2$ 代入, $\frac{2}{2} = \frac{1}{2-1}$, $1 = 1$ ✓, 分母不为零。 $x = 2$ 。

第 51 题 $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x - 1}{x + 1}$ 分子 $= (x-1)^2$, 分母 $= (x+1)(x-1)$, 约分后 $= \frac{x-1}{x+1}$ 。

第 52 题 $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{5x+1}{(x+1)(x-1)}$ 通分: $\frac{2(x-1) + 3(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x-2+3x+3}{x^2-1} = \frac{5x+1}{x^2-1}$ 。

第 53 题 $(1 - \frac{1}{x+1}) \div (\frac{x}{x+1})$, 其中 $x=2$ 化简: $1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$ 。 $[\frac{x}{x+1}] \div [\frac{x}{x+1}] = 1$ 。 答案: 1 (与 x 无关)。

第 54 题 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ 通分: $\frac{a(a+b) - b(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2+ab-ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ 。

第 55 题 解分式方程 $\frac{3}{x-2} + 1 = \frac{x}{x-2}$ 去分母 (两边乘 $(x-2)$): $3 + (x-2) = x \rightarrow 3+x-2 = x \rightarrow 1 = 0$ (矛盾)。 方程无解。 (也可以观察: 移项后 $\frac{3-x}{x-2} = -1$, 解得 $x=2$, 但 $x=2$ 使分母为 0, 是增根。)

第 56 题 解分式方程 $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$ $x^2-1 = (x+1)(x-1)$, 公分母为 $(x+1)(x-1)$ 。 两边乘公分母: $(x+1)^2 - 4 = (x+1)(x-1)$ 左边: $x^2+2x+1-4 = x^2+2x-3$ 右边: x^2-1 $x^2+2x-3 = x^2-1 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$ 。 验证: $x=1$ 使分母 $x-1 = 0$, 是增根。 方程无解。

五、方程计算 (第 57~72 题)

第 57 题 $x^2 + 3x + 2 = 0$ $a=1, b=3, c=2$ 。 $\Delta = 9-8 = 1 > 0$, 两个不等实数根。

第 58 题 $x^2 - 4x + 4 = 0$ $a=1, b=-4, c=4$ 。 $\Delta = 16-16 = 0$, 两个相等实数根。

第 59 题 $2x^2 + x + 1 = 0$ $a=2, b=1, c=1$ 。 $\Delta = 1-8 = -7 < 0$, 没有实数根。

第 60 题 $x^2 - 6x + 5 = 0$ $a=1, b=-6, c=5$ 。 $\Delta = 36-20 = 16 > 0$, 两个不等实数根。

第 61 题 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 韦达定理: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -4$ 。

第 62 题 $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 韦达定理: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$ 。

第 63 题 $x^2 + kx + 9 = 0$ 有两个相等实数根 $\Delta = k^2 - 36 = 0 \rightarrow k^2 = 36 \rightarrow k = \pm 6$ 。

第 64 题 $x^2 - 4x + m = 0$ 有实数根 $\Delta = 16 - 4m \geq 0 \rightarrow m \leq 4 \rightarrow m \leq 4$ 。

第 65 题 $x^2 - 5x + 6 = 0$ $a=1, b=-5, c=6$ 。 $\Delta = 25-24 = 1$ 。 $x = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = 2$ 。

第 66 题 $x^2 + 2x - 3 = 0$ $a=1, b=2, c=-3$ 。 $\Delta = 4+12 = 16$ 。 $x = \frac{-2 \pm 4}{2} \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -3$ 。

第 67 题 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ $a=2, b=-3, c=-2$ 。 $\Delta = 9+16 = 25$ 。 $x = \frac{3 \pm 5}{4} \rightarrow x_1 = 2, x_2 = \frac{-1}{2}$ 。

第 68 题 $x^2 + 5x + 6 = 0$ (因式分解法) $(x+2)(x+3) = 0 \rightarrow x_1 = -2, x_2 = -3$ 。

第 69 题 $3x^2 + 2x - 1 = 0$ $a=3, b=2, c=-1$ 。 $\Delta = 4+12 = 16$ 。 $x = \frac{-2 \pm 4}{6} \rightarrow x_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{-6}{6} = -1$ 。

第 70 题 $x^2 - 4x - 1 = 0$ $a=1, b=-4, c=-1$ 。 $\Delta = 16+4 = 20$ 。 $x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \rightarrow x_1 = 2+\sqrt{5}, x_2 = 2-\sqrt{5}$ 。

第 71 题 $x(x-2) = 3$ 展开整理: $x^2-2x-3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$ 。 (注意不能写成 $x = \frac{3}{x-2}$ 。)

第 72 题 $(x-1)^2 = 2(x-1)$ 移项： $(x-1)^2 - 2(x-1) = 0 \rightarrow (x-1)[(x-1)-2] = 0 \rightarrow (x-1)(x-3) = 0$ 。 $x_1 = 1, x_2 = 3$ 。（注意不能两边同时除以 $(x-1)$ ，否则会丢掉 $x = 1$ 这个根。）

六、解不等式组（第 73~82 题）

第 73 题 ① $2x+1 > 3 \rightarrow x > 1$ ② $x-2 \leq 1 \rightarrow x \leq 3$ 解集： $1 < x \leq 3$

第 74 题 ① $3x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 1$ ② $x+4 < 7 \rightarrow x < 3$ 解集： $1 \leq x < 3$

第 75 题 ① $2x-3 < 5 \rightarrow x < 4$ ② $3x+1 \geq -2 \rightarrow x \geq -1$ 解集： $-1 \leq x < 4$

第 76 题 ① $x+3 > 0 \rightarrow x > -3$ ② $2x-1 < 5 \rightarrow x < 3$ 解集： $-3 < x < 3$

第 77 题 ① $2(x-1) \leq x+2 \rightarrow 2x-2 \leq x+2 \rightarrow x \leq 4$ ② $3x > x-4 \rightarrow 2x > -4 \rightarrow x > -2$ 解集： $-2 < x \leq 4$

第 78 题 ① $\frac{x+1}{2} \geq 1 \rightarrow x+1 \geq 2 \rightarrow x \geq 1$ ② $3x-5 < x+1 \rightarrow 2x < 6 \rightarrow x < 3$ 解集： $1 \leq x < 3$

第 79 题 ① $2x+3 > 0 \rightarrow x > -\frac{3}{2}$ ② $\frac{x-1}{3} < 1 \rightarrow x-1 < 3 \rightarrow x < 4$ 解集： $-\frac{3}{2} < x < 4$

第 80 题 ① $x-1 < 2 \rightarrow x < 3$ ② $2x+1 \geq 1 \rightarrow x \geq 0$ 解集： $0 \leq x < 3$ 。 整数解： $x = 0, 1, 2$

第 81 题 ① $3(x-1) < 2x \rightarrow 3x-3 < 2x \rightarrow x < 3$ ② $2(x+1) \geq x-1 \rightarrow 2x+2 \geq x-1 \rightarrow x \geq -3$ 解集： $-3 \leq x < 3$ 。 整数解： $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2$

第 82 题 ① $\frac{2x-1}{3} \leq 1 \rightarrow 2x-1 \leq 3 \rightarrow x \leq 2$ ② $\frac{x+2}{2} > 0 \rightarrow x+2 > 0 \rightarrow x > -2$ 解集： $-2 < x \leq 2$ 。 整数解： $x = -1, 0, 1, 2$

七、分式化简求值（第 83~92 题）

第 83 题 $\frac{a^2-4}{a+1} \div (a-2)$ ，其中 $a = 3 = [(a+2)(a-2)] \div (a+1) \times \frac{1}{a-2} = \frac{a+2}{a+1}$ 代入 $a = 3$ ： $\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ 。

第 84 题 $(1 - \frac{2}{x+1}) \div (\frac{x-1}{x+1})$ ，其中 $x = 2$ $1 - \frac{2}{x+1} = \frac{x+1-2}{x+1} = \frac{x-1}{x+1}$ $[\frac{x-1}{x+1}] \div [\frac{x-1}{x+1}] = 1$ 答案：1

第 85 题 $(\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x-2}) \times (x-2)$ ，其中 $x = -1$ 先合并： $\frac{x-2}{x-2} \times (x-2) = x-2$ （当 $x \neq 2$ ）也可以直接化简： $[\frac{x-2}{x-2}] \times (x-2) = 1 \times$

$(x-2) = x-2$ 代入 $x = -1$ ： $-1-2 = -3$ 。

第 86 题 $(\frac{x^2-1}{x}) \div (1 - \frac{1}{x})$ ，其中 $x = \sqrt{2}+1$ $1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$ $[\frac{x^2-1}{x}] \div [\frac{x-1}{x}] = [(\frac{x+1}{x}) \times \frac{x-1}{x}] \times \frac{x}{x-1} = x+1$ 代入 $x = \sqrt{2}+1$ ：

$\sqrt{2}+1+1 = \sqrt{2}+2$ 。

第 87 题 $(1 + \frac{1}{a-1}) \div (\frac{a}{a^2-1})$ ，其中 $a = \sqrt{3}$ $1 + \frac{1}{a-1} = \frac{a-1+1}{a-1} = \frac{a}{a-1}$ $\frac{a}{a-1} \div \frac{a}{(a+1)(a-1)} = \frac{a}{a-1} \times (a+1) \frac{a-1}{a} = a+1$

代入 $a = \sqrt{3}$ ： $\sqrt{3}+1$ 。

第 88 题 $(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}) \div (\frac{2b}{a+b})$ ，其中 $a=2, b=-1$ 先通分第一部分： $\frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{(a+b)(a-b)}$ $(a-b)^2 - (a+b)^2 = (a^2-2ab+b^2) -$

$(a^2+2ab+b^2) = -4ab = \frac{-4ab}{(a+b)(a-b)} \div \frac{2b}{a+b} = [-4ab \div ((a+b)(a-b))] \times [\frac{a+b}{2b}] = \frac{-4ab}{2b(a-b)} = \frac{-2a}{a-b}$ 代入 $a=2, b=-1$ ： $-2 \times 2 \div (2-$

$-1) = \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$ 。

第 89 题 $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \div (\frac{2}{x^2-1})$, 其中 $x=5$ $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x^2-1}$ $[\frac{2}{x^2-1}] \div [\frac{2}{x^2-1}] = 1$ 答案: 1

第 90 题 $(\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2}) \div (\frac{4x}{x^2-4})$, 其中 $x=\sqrt{5}-1$ $\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{x(x-2)-x(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2-2x-x^2-2x}{x^2-4} = \frac{-4x}{x^2-4}$ $[\frac{-4x}{x^2-4}] \div [\frac{4x}{x^2-4}] = -1$ 答案: -1

第 91 题 $(\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}) \div (\frac{x-2}{x+2})$, 其中 $x^2-3x=0$ 且 $x \neq 0$ 化简: $= [(x-2) \div ((x+2)(x-2))] \times [\frac{x+2}{x-2}] = [\frac{x-2}{x+2}] \times [\frac{x+2}{x-2}] = 1$ $x^2-3x=0 \rightarrow x(x-3)=0 \rightarrow x=0$ 或 $x=3$ 。因 $x \neq 0$, 所以 $x=3$ 。答案: 1

第 92 题 $(1 - \frac{1}{a+1}) \div (\frac{a^2-2a+1}{a^2-1})$, 其中 $a=2+\sqrt{3}$ $1 - \frac{1}{a+1} = \frac{a}{a+1}$ $a^2-2a+1 = (a-1)^2$, $a^2-1 = (a+1)(a-1)$ $(\frac{a}{a+1}) \div (\frac{(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}) = \frac{a}{a+1} \times \frac{a+1}{a-1} = \frac{a}{a-1}$ 代入 $a=2+\sqrt{3}$: $\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-1} = \frac{2+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ 有理化: $(2+\sqrt{3}) \frac{\sqrt{3}-1}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}$ $= \frac{2\sqrt{3}-2+3-\sqrt{3}}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 答案: $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

八、分式方程 (第 93~102 题)

第 93 题 $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = 0$ 去分母 (公分母 $x(x+1)$): $(x+1) + 2x = 0 \rightarrow 3x+1=0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$ 。验证: $x = -\frac{1}{3}$, 分母 $x = -\frac{1}{3} \neq 0$, $x+1 = \frac{2}{3} \neq 0 \checkmark$ 。 $x = -\frac{1}{3}$ 。

第 94 题 $\frac{3}{x-1} = \frac{5}{x+1}$ 去分母: $3(x+1) = 5(x-1) \rightarrow 3x+3 = 5x-5 \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = 4$ 。验证: $x = 4$, 分母不为零 \checkmark 。 $x = 4$ 。

第 95 题 $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{x-1}$ 去分母 (公分母 $(x+2)(x-1)$): $4(x-1) = 3(x+2) \rightarrow 4x-4 = 3x+6 \rightarrow x = 10$ 。验证: $x = 10$, 分母 $x+2 = 12 \neq 0$, $x-1 = 9 \neq 0 \checkmark$ 。 $x = 10$ 。

第 96 题 $\frac{5}{x+1} - 1 = \frac{4}{x+1}$ 去分母 (公分母 $x+1$): $5 - (x+1) = 4 \rightarrow 5-x-1 = 4 \rightarrow 4-x = 4 \rightarrow x = 0$ 。验证: $x = 0$, 分母 $x+1 = 1 \neq 0 \checkmark$ 。 $x = 0$ 。

第 97 题 $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{6}{x^2-4}$ $x^2-4 = (x+2)(x-2)$, 公分母为 $(x+2)(x-2)$ 。去分母: $(x+2) + 3(x-2) = 6 \rightarrow x+2+3x-6 = 6 \rightarrow 4x-4 = 6 \rightarrow 4x = 10 \rightarrow x = \frac{5}{2}$ 。验证: $x = \frac{5}{2}$, 分母 $x-2 = \frac{1}{2} \neq 0$, $x+2 = \frac{9}{2} \neq 0 \checkmark$ 。 $x = \frac{5}{2}$ 。

第 98 题 $\frac{x}{x+1} - 1 = \frac{3}{x^2+x}$ $x^2+x = x(x+1)$, 公分母为 $x(x+1)$ 。去分母: $x \cdot x - x(x+1) = 3 \rightarrow x^2-x^2-x = 3 \rightarrow -x = 3 \rightarrow x = -3$ 。验证: $x = -3$, 分母 $x = -3 \neq 0$, $x+1 = -2 \neq 0 \checkmark$ 。 $x = -3$ 。

第 99 题 $\frac{x+3}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$ 去分母 (公分母 $x-1$): $x+3 = 2(x-1)+1 \rightarrow x+3 = 2x-1 \rightarrow x = 4$ 。验证: $x = 4$ 时分母不为 0, 代入原方程成立。答案: $x = 4$ 。

第 100 题 $\frac{2x+1}{x-2} - 1 = \frac{5}{x-2}$ 去分母 (公分母 $x-2$) : $(2x+1) - (x-2) = 5 \rightarrow 2x+1-x+2 = 5 \rightarrow x+3 = 5 \rightarrow x = 2$ 。验证 : $x = 2$ 使分母 $x-2 = 0$, 是增根。方程无解。

第 101 题 $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$ $x^2-1 = (x+1)(x-1)$, 公分母 $(x+1)(x-1)$ 。去分母 : $(x+1)^2 - 4 = (x+1)(x-1)$ $x^2+2x+1-4 = x^2-1 \rightarrow x^2+2x-3 = x^2-1 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$ 。验证 : $x = 1$ 使分母 $x-1 = 0$, 是增根。方程无解。

第 102 题 $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{1-x} = 1$ $x^2-1 = (x+1)(x-1)$, 注意 $\frac{1}{1-x} = \frac{-1}{x-1}$ 。原式 : $\frac{2}{(x+1)(x-1)} - \frac{1}{x-1} = 1$ 公分母 $(x+1)(x-1)$, 去分母 : $2 - (x+1) = (x+1)(x-1)$ $2-x-1 = x^2-1 \rightarrow 1-x = x^2-1 \rightarrow x^2+x-2 = 0 \rightarrow (x+2)(x-1) = 0$ $x = -2$ 或 $x = 1$ 。验证 : $x = 1$ 使分母为 0, 是增根 ; $x = -2$, 分母 $x^2-1 = 3 \neq 0$ \checkmark 。 $x = -2$ 。

九、实数混合运算 (第 103~112 题)

第 103 题 $(-1)^0 + 2^{-1} - \sqrt{4} = \frac{-1}{2} = 1 + \frac{1}{2} - 2 = \frac{-1}{2}$ 。

第 104 题 $\sqrt{9} - 3^0 + (-2)^{-2} = \frac{9}{4} = 3 - 1 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ 。

第 105 题 $(\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{12} + (-1)^{2024} = 4 - 2\sqrt{3} (\frac{1}{3})^{-1} = 3$, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, $(-1)^{2024} = 1$ (偶数次方)。 $= 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$ 。

第 106 题 $|\sqrt{3}-2| + (\pi-3)^0 + (\frac{-1}{2})^{-2} = 7 - \sqrt{3} \sqrt{3} \approx 1.73 < 2$, 所以 $|\sqrt{3}-2| = 2-\sqrt{3}$ 。 $(\pi-3)^0 = 1$ (任何非零数的零次方等于 1)。 $(\frac{-1}{2})^{-2} = \frac{1}{-1 \div 2} = \frac{1}{1 \div 4} = 4$ 。 $= (2-\sqrt{3}) + 1 + 4 = 7-\sqrt{3}$ 。

第 107 题 $(-2)^{-2} + \sqrt{8} - (\sqrt{2}-1)^0 = 2\sqrt{2} - \frac{3}{4} (-2)^{-2} = \frac{1}{-2} = \frac{1}{4}$ 。 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 。 $(\sqrt{2}-1)^0 = 1$ 。 $= \frac{1}{4} + 2\sqrt{2} - 1 = \frac{-3}{4} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \frac{3}{4}$ 。

第 108 题 $\sqrt{27} - (\frac{1}{3})^{-1} + |1-\sqrt{3}| = 4\sqrt{3} - 4 \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 。 $(\frac{1}{3})^{-1} = 3$ 。 $\sqrt{3} \approx 1.73 > 1$, 所以 $|1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1$ 。 $= 3\sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} - 1 = 4\sqrt{3} - 4$ 。

第 109 题 $(\sqrt{3})^2 + 2^{-2} - (-1)^{2025} + |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2} + \frac{13}{4} (\sqrt{3})^2 = 3$ 。 $2^{-2} = \frac{1}{4}$ 。 $(-1)^{2025} = -1$ (奇数次方)。 $= 3 + \frac{1}{4} - (-1) + (\sqrt{2}-1) = 3 + \frac{1}{4} + 1 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2} + \frac{13}{4}$ 。

第 110 题 $2\sin 30^\circ - (\pi-3.14)^0 + (\frac{1}{2})^{-2} + \sqrt{2} \times \sqrt{8} \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $2 \times (\frac{1}{2}) = 1$ 。 $(\pi-3.14)^0 = 1$ 。 $(\frac{1}{2})^{-2} = 4$ 。 $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ 。 $= 1 - 1 + 4 + 4 = 8$ 。

第 111 题 $(\sqrt{3}-1)^0 + |-\sqrt{3}| + (\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{12} (\sqrt{3}-1)^0 = 1$ 。 $(\frac{1}{2})^{-1} = 2$ 。 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。 $= 1 + \sqrt{3} + 2 - 2\sqrt{3} = 3 - \sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$ 。

第 112 题 $2\cos 60^\circ + (\sqrt{2})^2 - 3^{-1} + |1-\sqrt{3}| \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $2 \times (\frac{1}{2}) = 1$ 。 $(\sqrt{2})^2 = 2$ 。 $3^{-1} = \frac{1}{3}$ 。 $= 1 + 2 - \frac{1}{3} + \sqrt{3} - 1 = 2 - \frac{1}{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \frac{5}{3}$ 。